

Das Minimum-Varianz-Portfolio – Nutzenanalyse für das Management von Aktienportfolios

Bis heute ist die von Harry Markowitz 1959 vorgestellte „Portfolio Selection Theory“¹⁾ wesentliche Grundlage für die Bildung von Anlageportfolios. Ein bedeutender Bestandteil des Markowitz-Modells stellt das Minimum-Varianz-Portfolio (MVP) dar, das es einem Investor erlaubt seine Titelauswahl so zu treffen, dass das Risiko seines Portfolios minimiert wird. Der Aspekt der Sicherheit rückt in Zeiten einer hohen Unsicherheit und steigenden Schwankungsintensität an den Kapitalmärkten immer weiter in das Blickfeld vieler Anleger. Aufgrund dieser Entwicklung gewinnen risikoreduzierende Modelle, wie das MVP, zunehmend an Bedeutung.²⁾

Mittels einer empirischen Analyse wird im Folgenden die Anwendbarkeit des Minimum-Varianz-Konzepts näher untersucht. Ziel ist es dabei, den Nutzen der Minimum-Varianz-Strategie zu analysieren und die sich daraus ergebenden Implikationen für das Management von Aktienportfolios darzustellen. Hierzu werden der europäische, der US-amerikanische und der japanische Aktienmarkt historisch untersucht und die Analyseergebnisse ausgewertet.

Portfolio-Selection-Theorie von Markowitz und ihr Schätzproblem

Die Portfolio-Selection-Theorie von Markowitz ist ein zweidimensionaler Erklärungsansatz für das empirisch beobachtbare Diversifikationsverhalten von Anlegern. Neben der erwarteten Portfoliorendite μ_i findet das erwartete Portfoliorisiko Berücksichtigung in den Anlageentscheidungen, wobei dieses mit der Unsicherheit der erwarteten Renditen gleichgesetzt und über die Portfoliovarianz σ_p^2 gemessen wird.³⁾

Im Rahmen der Optimierung der Portfoliozusammensetzung weisen die Anteilsgewichte der Portfoliobestandteile eine

sehr hohe Empfindlichkeit bezüglich der geschätzten Inputparameter μ_i und Kovarianz σ_{ij} auf. Schon geringe Abweichungen in der Prognose dieser Parameter führen zu deutlich veränderten Portfolio-gewichten.⁴⁾ Empirische Analysen haben ergeben, dass Schätzfehler von Renditeerwartungswerten eine etwa 20-mal höhere Auswirkung auf die Portfoliostruktur als Fehler in Kovarianzschätzungen haben.⁵⁾ Das MVP ist im Modell von Markowitz das einzige Portfolio, für dessen Bestimmung keine direkten Prognosen von Renditeerwartungswerten notwendig sind (indirekt werden Renditeerwartungen über die Kovarianz-Matrix geschätzt). Daher wird im Rahmen der empirischen Analyse unter-

sucht, ob die Anwendung des Minimum-Varianz-Ansatzes in der Realität einen Mehrwert bietet.

Um den Mehrwert einer Minimum-Varianz-Strategie zu überprüfen, wird für Europa, die USA und Japan eine historische Analyse des Minimum-Varianz-Portfolios durchgeführt. Als Anlageuniversum und Vergleichsindex werden in Europa der Stoxx Europe 50, in den USA der Dow Jones Industrial Average und in Japan der Topix Core 30 verwendet. Die Auswahl erfolgte aufgrund der großen Bekanntheit der Indizes, der hohen Liquidität der Einzelwerte und der langen Datenhistorie. Dividenden von Einzelaktien werden im Rahmen der Untersuchung ohne Abzug von Steuern reinvestiert.

Datenbasis und Beurteilungskriterien

Im Rahmen der Analyse wird der Zeitraum vom 28. Dezember 2001 bis zum 28. September 2012 auf Tagesbasis untersucht. Dabei wird die Gewichtung des jeweiligen Minimum-Varianz-Portfolios und des entsprechenden Indexportfolios vierteljährlich zum Quartalsende angepasst. Bei Veränderungen der entsprechenden Indexzusammensetzung wird eine gesonderte Neuberechnung vorgenommen. Als Datenbasis für die Kovarianz-Matrix werden die Tagesveränderungen der Einzelwerte für die letzten 250 Handelstage herangezogen. Um eine Mindestdiversifikation des Portfolios sicherzustellen und den entsprechenden Vorgaben⁶⁾ der unterliegenden Indizes Folge zu leisten, wird bei der jeweiligen Neuberechnung des MVP der Anteil einer einzelnen Aktie auf 10 Prozent des Portfolios begrenzt. Des Weiteren sind Leerverkäufe ausgeschlossen.

Um die Ergebnisse der empirischen Analyse beurteilen zu können, kommen verschiedene Kriterien zur Anwendung.

Joscha Fröhlich, M.A., Senior-Analyst Vermögensverwaltung, Kreissparkasse Esslingen-Nürtingen, und Prof. Dr. Stephan Schöning, Inhaber des Lehrstuhls für ABWL, Finance and Banking I, WHL Wissenschaftliche Hochschule Lahr

Die praktische Relevanz des seit vielen Jahrzehnten existierenden Portfolio-Selection-Modells wurde aufgrund der restriktiven Modellannahmen häufig infrage gestellt. Die Autoren würdigen mittels einer empirischen Analyse die Anwendbarkeit des Minimum-Varianz-Portfolios. Sie prüfen die Vorteilhaftigkeit der Strategie und stellen die sich daraus ergebenden Implikationen für das Management von Aktienportfolios dar. Ihrer Analyse nach lässt sich durch den Einsatz des Minimum-Varianz-Modells eine deutliche Risikoreduzierung und eine signifikante Renditesteigerung erzielen, wobei der Effekt sowohl in Europa als auch in den USA und Japan beobachtbar ist. Insbesondere für institutionelle Anleger, bei denen der Transaktionskostenaspekt eine geringere Rolle als bei Privatanlegern spielt, halten sie den Praxisnutzen für deutlich erkennbar. (Red.)

Zunächst werden die Wertänderungen der Portfolios über die diskrete Rendite r_t^D betrachtet:⁷⁾

$$r_t^D = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$$

mit:

p_t : Wert des Portfolios zum Zeitpunkt t

p_{t-1} : Wert des Portfolios zum Zeitpunkt $t-1$

Aufgrund der Modellkonformität zur Portfolio-Selection-Theorie nach Markowitz wird hier die diskrete und nicht die stetige Rendite verwendet.⁸⁾ Zur Risikobeurteilung kommen sowohl die Volatilität als auch die Semivolatilität zur Anwendung. Die Volatilität stellt im Portfoliomanagement das gebräuchlichste Risikomaß dar. Rechnerisch ermittelt sich die Volatilität σ_v des Portfolios p als die annualisierte Standardabweichung der Tagesrenditen:⁹⁾

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (r_i - \mu)^2 \cdot \sqrt{t_j}}$$

mit:

n : Anzahl der Renditeausprägungen (hier 250)

r_i : Rendite in der Periode i

μ : Mittelwert der Renditeausprägungen

t_j : Anzahl der Perioden eines Jahres (hier 250)

Diese gebräuchliche Risikodefinition ist allerdings angesichts der symmetrischen Risikoannahme nicht unumstritten. Positive Abweichungen von einem Mittelwert werden von Anlegern oftmals nicht als Risiko im eigentlichen Sinne, sondern als Chance wahrgenommen.¹⁰⁾ Daher wird mit der Semivolatilität zusätzlich ein asymmetrisches Risikomaß verwendet, welches lediglich das Abwärtsrisiko berücksichtigt. Die Semivolatilität σ_{sv} bezieht ausschließlich negative Abweichungen vom Mittelwert μ in die Berechnung mit ein:¹¹⁾

$$\sigma_{sv} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n_k} (r_i^- - \mu)^2 \cdot \sqrt{t_j}}$$

mit:

n_k : Anzahl der Renditeausprägungen $< \mu$

r_i^- : Renditeausprägungen $< \mu$ in Periode i

Analyseergebnisse für Europa

Wie in Abbildung 1 ersichtlich ist, kann in Europa durch den Einsatz der Minimum-Varianz-Strategie sowohl die Volatilität als

Abbildung 1: Ergebnisse für Europa (28. Dezember 2001 bis 28. September 2012)



auch die Semivolatilität deutlich reduziert werden. Die Volatilität sinkt gegenüber dem Indexportfolio von 22,25 Prozent auf 16,54 Prozent und die Semivolatilität geht von 15,70 Prozent auf 11,81 Prozent zu-

rück. Des Weiteren weist das MVP in Europa neben der dargestellten Risikoreduzierung eine deutliche Renditeoptimierung auf. Mit einer Rendite von 4,43 Prozent per annum liegt das MVP im Analysezeit-

Abbildung 2: Auszahlungsprofile für Europa (Indexportfolio versus MVP)

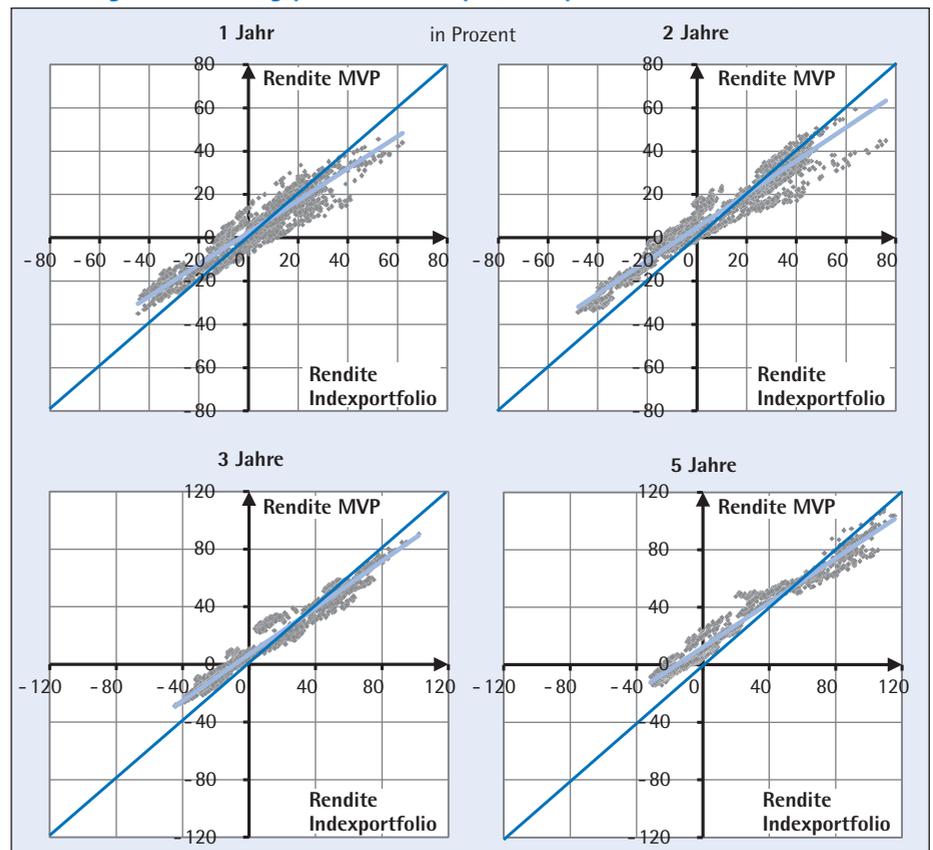


Abbildung 3: Ergebnisse für die USA (28. Dezember 2001 bis 28. September 2012)



raum deutlich über dem Indexportfolio mit jährlich 0,74 Prozent.

In der Abbildung 2 werden die Auszahlungsprofile des MVP gegenüber dem Indexportfolio dargestellt. Hierfür wird die Gesamtentwicklung vom 28. Dezember 2001 bis zum 28. September 2012 in einzelne rollierende Zeiträume aufgeteilt. Für das Auszahlungsprofil 1 Jahr wurden beispielsweise 2488 Einjahreszeiträume (je 250 Handelstage) analysiert. Für jede dieser Perioden wurde jeweils die Rendite des Indexportfolios und die Rendite des MVP

berechnet und als Punkt im Auszahlungsdiagramm abgetragen.

Die hellblaue Gerade stellt jeweils die lineare Regression der einzelnen Zeiträume beziehungsweise der grauen Punkte dar und kann folglich als Durchschnitt interpretiert werden. Die dunkelblaue Gleichgewichtslinie dient als Orientierungshilfe für einen Gleichlauf des MVP mit dem Indexportfolio. Bei der Betrachtung des Auszahlungsprofils für den Zeitraum von einem Jahr wird deutlich, dass das MVP gerade in negativen Marktphasen eine höhere Ren-

dite aufweist. In sehr positiven Einjahreszeiträumen hingegen fällt das MVP zunehmend hinter das Indexportfolio zurück.

Die Situation stellt sich in den Auszahlungsprofilen für zwei, drei und fünf Jahre ähnlich dar. Es ist jedoch erkennbar, dass die hellblaue Regressionsgerade die dunkelblaue Linie immer weiter rechts von ihrem Ursprung schneidet. Folglich wird der dargestellte Nachteil der Minimum-Varianz-Strategie bei längeren Zeiträumen erst bei einer stärkeren Indexrendite tragend.

Im Auszahlungsprofil für fünf Jahre zeigt sich zudem, dass bei dieser längerfristigen Betrachtung das MVP die Verluste deutlich reduzieren kann. Das schlechteste 5-Jahres-Ergebnis des MVP liegt bei minus 14,26 Prozent, während das Indexportfolio im gleichen Zeitraum 28,86 Prozent verliert.

Analyseergebnisse für die USA

In den USA sind ähnliche Ergebnisse wie in Europa zu beobachten. Es fällt jedoch auf, dass sowohl der Risikorückgang des MVP als auch der Renditeanstieg des MVP weniger stark ausgeprägt sind. Während die Volatilität durch den Einsatz der Minimum-Varianz-Strategie von 19,83 Prozent auf 15,86 Prozent fällt, sinkt die Semivolatilität von 13,99 Prozent auf 11,21 Prozent. Die Rendite kann um etwa zwei Prozentpunkte pro Jahr von 5,30 Prozent auf 7,38 Prozent gesteigert werden.

Bei der Betrachtung der in Abbildung 3 dargestellten Charts fällt auf, dass das MVP bis Ende 2007 keinen deutlichen Rendite-Mehrwert gegenüber der Indexanlage aufweist. Erst im Kursrutsch, der im Rahmen der Finanzmarktkrise ab Anfang 2008 einsetzte, entsteht eine deutlich höhere Rendite des MVP. Im nachfolgenden Kursanstieg ab März 2009 kann das MVP seinen Renditevorsprung halten und sogar etwas ausbauen. In den Marktrücksetzern im Mai 2010, im August 2011 und im Mai 2012 ist erkennbar, dass das MVP stets einen geringeren Rückgang zu verzeichnen hat.

Die Auszahlungsprofile für die USA zeigen ein ähnliches Bild wie in Europa. Auch hier weist das MVP insbesondere in negativen Marktphasen eine höhere Rendite als das Indexportfolio auf. Im Auszahlungsprofil für fünf Jahre zeigt sich analog zu Europa, dass bei dieser längerfristigen Betrachtung

Abbildung 4: Ergebnisse für Japan (28. Dezember 2001 bis 28. September 2012)



das MVP die Verluste deutlich begrenzen kann. Das schlechteste 5-Jahres-Ergebnis des MVP liegt bei minus 6,2 Prozent. Im gleichen Zeitraum verliert das Indexportfolio 29,1 Prozent.

Analyseergebnisse für Japan

Der japanische Aktienindex Topix Core 30 weist im Betrachtungszeitraum (28. Dezember 2001 bis 28. September 2012) eine deutlich geringere Rendite als der Stoxx 50 Europe und der DJ Industrial Average auf.

Das japanische Indexportfolio verliert in diesem Zeitraum 40,22 Prozent an Wert. Der Verlust wird durch den Einsatz der Minimum-Varianz-Strategie deutlich verringert. Der Wert des MVP geht in der gleichen Zeitspanne lediglich um 9,02 Prozent zurück. Die Risikokennzahlen können auch in Japan deutlich reduziert werden. Durch den Einsatz der Minimum-Varianz-Strategie wird die Volatilität von 24,25 Prozent auf 18,51 Prozent gesenkt. Die Semivolatilität fällt von 17,36 Prozent auf 13,56 Prozent.

Bei Betrachtung des Chartverlaufs, der in Abbildung 4 ersichtlich ist, wird deutlich, dass das MVP speziell ab März 2006 einen Renditevorsprung gegenüber dem Indexportfolio aufbaut. Insbesondere der starke Kursrückgang, der ab Mitte 2007 eingesetzt hat, kann durch die Minimum-Varianz-Strategie deutlich reduziert werden. So verliert das MVP vom Hochpunkt Mitte 2007 bis Anfang 2009 (zum Tiefpunkt) 48,73 Prozent an Wert (Zeitraum: 18. Juni 2007 bis 10. März 2009). Im gleichen Zeitraum verzeichnet das Indexportfolio dagegen einen Rückgang um 63,36 Prozent.

Die Auszahlungsprofile für den japanischen Aktienmarkt, die in Abbildung 5 dargestellt sind, weisen eine andersartige Struktur als in Europa oder in den USA auf. Zwar ist im einjährigen Vergleich ein Schnittpunkt der hellblauen Regressionsgeraden mit der dunkelblauen Gleichgewichtsgeraden zu verzeichnen. In den zwei- bis fünfjährigen Gegenüberstellungen liegt jedoch kein Schnittpunkt vor.

Daraus lässt sich ableiten, dass lediglich in der kurzfristigen Betrachtung das MVP bei einer starken Indexentwicklung im Renditenachteil ist. Im Gegensatz zu den anderen betrachteten Märkten ist dies jedoch mittel- bis langfristig nicht der Fall. Insbe-

sondere im Auszahlungsprofil für fünf Jahre weist das japanische MVP in sehr positiven Marktphasen eine deutliche Überrendite gegenüber dem Indexportfolio auf. Analog zu den Beobachtungen in Europa und den USA ist in allen japanischen Auszahlungsprofilen in negativen Marktphasen ein verringerter Verlust festzustellen.

Beurteilung der Analyseergebnisse

Die Ergebnisse der empirischen Analyse haben gezeigt, dass in allen betrachteten Märkten sowohl das Portfoliorisiko deutlich gesenkt als auch die Portfoliorendite nachhaltig gesteigert werden kann. Bei einer genaueren Betrachtung der Portfolioallokationen fällt auf, dass die Minimum-Varianz-Strategie sehr schwankungsstarke Aktien, wie sie beispielsweise im Finanzsektor vorzufinden sind, im Vergleich zum Indexportfolio stark untergewichtet. Dies ist in der Tabelle dargestellt.

Im Gegenzug selektiert die Minimum-Varianz-Strategie vermehrt defensive Werte aus dem Sektor des nichtzyklischen Konsums. Die Branchengewichtungen im Zeitverlauf

sind exemplarisch für Europa (Abbildung 6). Diese spezifische Branchenallokation des MVP führt zu einem stabileren Portfolioverhalten in negativen Marktphasen. In der empirischen Analyse konnte in allen Märkten eine geringere Verlustpartizipation des MVP festgestellt werden. Neben dieser Verlustreduzierung ist jedoch in vielen Zeiträumen auch eine Erhöhung der Rendite erkennbar. Lediglich bei sehr starken Kursanstiegen ist in Europa und in den USA das MVP bezüglich der Rendite im Nachteil. Dieser Effekt lässt sich dadurch erklären, dass die Minimum-Varianz-Strategie insbesondere in Substanzwerte investiert, die sich in einem stabilen Aufwärtstrend befinden. Diese Aktien besitzen empirisch belegt eine höhere Rendite und ein niedrigeres Risiko als Wachstumswerte.¹²⁾

Des Weiteren ist bemerkenswert, dass die Risikoreduzierung der Minimum-Varianz-Strategie trotz einer geringeren Anzahl von Aktien im Vergleich zum Indexportfolio erreicht werden kann. In Europa beinhaltet das MVP durchschnittlich etwa 17,9 Aktien, in den USA etwa 13,6 Aktien und in Japan etwa 14,6 Aktien.

Abbildung 5: Auszahlungsprofile für Japan (Indexportfolio versus MVP)

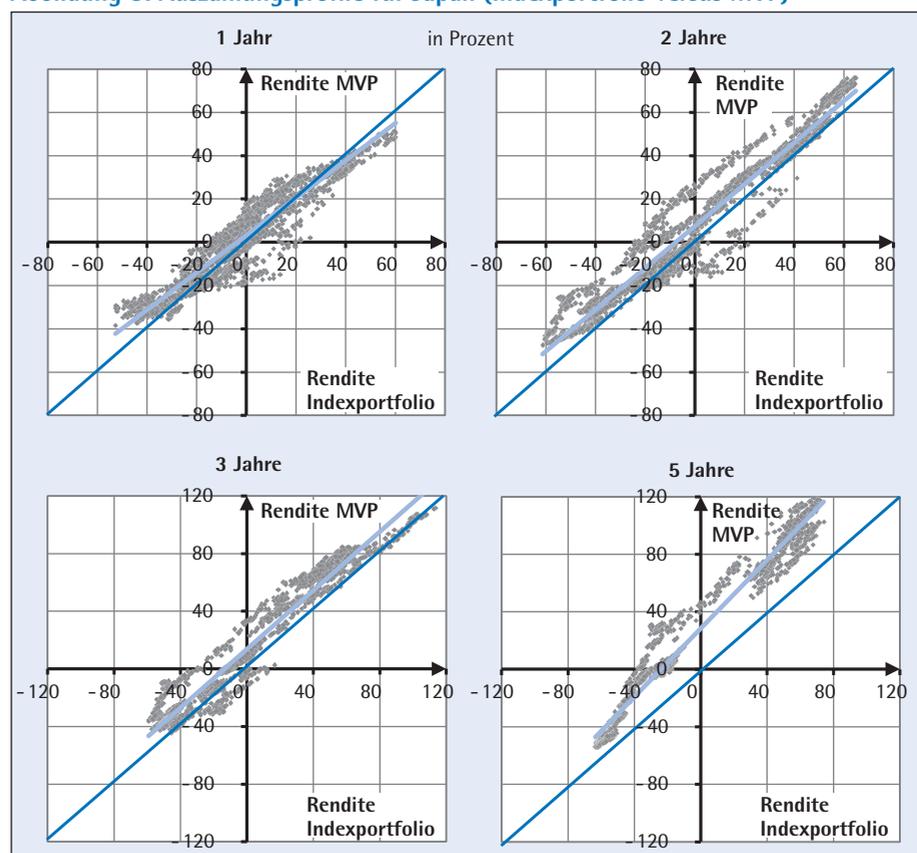


Tabelle: Durchschnittliche Branchengewichtung des MVP im Vergleich zum Indexportfolio (in Prozent)

Branche	Europa	USA	Japan	Mittelwert
Rohstoffe	- 4,19	- 3,04	- 2,07	- 3,10
Kommunikation	0,04	3,94	5,46	3,15
Konsum, zyklisch	- 1,63	5,24	- 11,42	- 2,60
Konsum, nicht zyklisch	33,43	24,59	12,12	23,38
Energie	- 7,75	- 3,75	0,00	- 3,83
Finanzen	- 19,98	- 7,64	- 18,34	- 15,32
Industrie	- 3,18	- 14,13	7,98	- 3,11
Technologie	2,48	- 5,19	- 1,69	- 1,47
Versorger	0,77	0,00	7,96	2,91

Die Ergebnisse der empirischen Analyse decken sich mit weiteren Studien zum Themenkreis des Minimum-Varianz-Portfolios. Hier konnte mehrfach sowohl für den deutschen¹³⁾ als auch für den US-amerikanischen¹⁴⁾ und den japanischen Aktienmarkt¹⁵⁾ die renditesteigernde und risikoreduzierende Wirkung belegt werden.

Implikationen der Ergebnisse für das Management von Aktienportfolios

Hat das Portfoliomanagement eine Maximierung der risikoadjustierten Rendite (Rendite im Verhältnis zum Risiko) zum Ziel, ist der Einsatz der Minimum-Varianz-Strategie sehr sinnvoll. Wie dargestellt, findet neben der Renditeoptimierung gleichzeitig eine Risikoreduzierung statt. Die risikoadjustierte Rendite steigt somit sehr stark an.

In der empirischen Analyse wurden weder die eventuell anfallenden Kapitalertragssteuern noch anfallende Transaktionskosten

berücksichtigt. Im Rahmen der Untersuchung wurden in allen Märkten 43 planmäßige Neuberechnungen vorgenommen. Zudem fanden in Europa 19, in den USA 7 und in Japan 15 außerplanmäßige Neuausrichtungen statt. Diese Neuausrichtungen resultierten aus Indexanpassungen. Für Privatinvestoren ist daher eine Umsetzung mit der dargestellten Anpassungsfrequenz sehr teuer. Bei institutionellen Investoren sind die Transaktionskosten jedoch weitaus niedriger und haben somit einen geringeren Effekt auf die Rendite. Die Orderkosten im Aktienbereich werden auf etwa 1 BP bis 4 BP geschätzt.¹⁶⁾ Eine Modifizierung der Anpassungsfrequenz auf eine Anpassung pro Jahr würde die Kosten weiter reduzieren. In diesem Fall wären dagegen die Umschichtungen stärker ausgeprägt.

Ein praxistaugliches Modell

Die Ergebnisse dieser Untersuchung unterstreichen, dass das seit vielen Jahrzehnten

existierende Portfolio-Selection-Modell durchaus praxistauglich ist. Obwohl in der Realität einige der getroffenen Modellannahmen wie beispielsweise eine Normalverteilung der Aktienrenditen nicht zutreffen¹⁷⁾, lassen sich die positiven Effekte empirisch belegen. Insbesondere für institutionelle Anleger, bei denen der Transaktionskostenaspekt eine deutlich geringere Rolle als bei Privatanlegern spielt, ist somit der Praxisnutzen deutlich erkennbar.

Fußnoten

- 1) Markowitz, Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Malden 1959, S. 3.
- 2) Vgl. Clarke/de Silva/Thorley, Minimum Variance Portfolio Composition, in: The Journal of Portfolio Management, Vol. 37 (2011), No. 2, S. 31–45, S. 31 und Scherer, A New Look at Minimum Variance Investing 2010, S. 2, verfügbar unter: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1681306 (Abrufdatum: 13. August 2014).
- 3) Vgl. Brinkmann/Poddig/Seiler, Portfoliomanagement, 2. Auflage, Bad Soden 2009, S. 81.
- 4) Vgl. Best/Grauer, On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means: Some Analytical and Computational Results, in: The Review of Financial Studies, Vol. 4, (1991), No. 2, S. 339–340.
- 5) Vgl. Chopra/Ziembra, The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice, in: The Journal of Portfolio Management, Vol. 19 (1993), No. 2, S. 7.
- 6) Vgl. Stoxx, Stoxx Europe 50 Index Factsheet, S. 2, Online im Internet: URL: http://www.stoxx.com/download/indices/factsheets/sx5p_fs.pdf (Abrufdatum: 13. August 2014), S. 2.
- 7) Vgl. Brinkmann/Poddig/Seiler, a.a.O., S. 31.
- 8) Vgl. ebenda, S. 40.
- 9) Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiel, Professionelles Portfoliomanagement, 4. Auflage, Stuttgart 2008, S. 11–12.
- 10) Vgl. Bossert/Burzin, Dynamische Absicherung von Aktienportfolios – Constant Proportion Portfolio Insurance, in: Kleeberg/Rehkugler (Hrsg.): Handbuch Portfoliomanagement, 2. Auflage, Bad Soden 2002, S. 132.
- 11) Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiel, a.a.O., S. 21.
- 12) Vgl. La Porta et al., Good News for Value Stocks: Further Evidence on Market Efficiency, in: The Journal of Finance, Vol. 52 (1997), No. 2, S. 872–873.
- 13) Vgl. Moftakhar, Varianzminimale Portefeuilles am deutschen Aktienmarkt, Frankfurt am Main 1994, S. 53–60 und Kleeberg, Der Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios, Bad Soden 1995, S. 168–169.
- 14) Vgl. Haugen, Building a Better Index: Cap-Weighted Benchmarks Are Inefficient Vehicles, in: Pensions & Investments, 1. Oktober 1990, S. 3 und Kleeberg, a.a.O., S. 174–175.
- 15) Vgl. Kleeberg, a.a.O., S. 171–173.
- 16) Vgl. hierzu Becker et al., Managementgebühren und Transaktionskosten im institutionellen Asset Management, in: Heinke et al. (Hrsg.): Handbuch Investmentfonds für institutionelle Anleger, Bad Soden 2011, S. 872.
- 17) Vgl. Memmel, Schätzrisiken in der Portfoliotheorie: Auswirkungen und Möglichkeiten der Reduktion, Köln 2004, S. 22.

Abbildung 6: Verlauf der Branchengewichtungen Europa

