

## Liquiditätsmodellierung von Kreditzusagen (Term Facilities and Revolver)

Die interne Liquiditätssteuerung von Banken wird aufmerksam von Aufsichtsbehörden, Ratingagenturen und dem Management überwacht. Dafür müssen die Zahlungsströme aller Produkte und Bilanzpositionen modelliert werden. Die Aktualität einer solchen Modellierung wird durch die Öffnungsklausel der Liquiditätsverordnung<sup>1)</sup> unterstrichen, welche nunmehr auch interne Modelle zum aufsichtsrechtlichen Reporting zulässt.

Interne Modelle vermeiden nicht nur ein Doppelreporting (internes Reporting versus aufsichtsrechtliches Reporting), sondern werden auch von Ratingagenturen und Investoren positiv bewertet. Darüber hinaus hat die Subprime-Krise nochmals deutlich gezeigt, dass angespannte Marktverhältnisse nur mit einem funktionierenden Liquiditätsmanagement erfolgreich bewältigt werden können.

Eines der Kernprodukte von Banken sind Kreditzusagen, welche dem Kunden das Recht gewähren, zu einem beliebigen Zeitpunkt zwischen Zusagenbeginn und -ende einen Kredit bis zur Zusagenhöhe in Anspruch zu nehmen. Der hohe Freiheitsgrad für den Kreditnehmer führt zu einer hohen Unsicherheit für die entstehenden Zahlungsströme auf Seiten der Bank, sodass Kreditzusagen eine besondere Herausforderung für das Liquiditätsmanagement darstellen.

### Kreditzusagen werden im Zusagenbuch geführt

Ein Modellierungsverfahren muss Impulse für die interne Steuerung der Kreditzusagen liefern und kann deshalb nicht losgelöst vom Steuerungsprozess betrachtet werden. Die interne Prozesskette zur Steuerung von Kreditzusagen ist in Abbildung 1 dargestellt.

Ausgangspunkt sind die vom Vertrieb abgeschlossenen Zusagen. Diese werden, analog zum Handels- oder Bankbuch, zur Steuerung in einem Zusagenbuch geführt. Das Liquiditätsrisiko der Zusagen wird vom Vertrieb an das Treasury jeweils zu einem Transferpreis von  $X_i$  BP übertragen. Das Treasury refinanziert die Zusagen auf Portfoliobasis. Die Refinanzierung setzt sich im Allgemeinen aus einer deterministischen und einer stochastischen Refinanzierung (Liquiditätsreserve) zusammen. Für die Refinanzierung zahlt der Zusagenmanager dem Treasury einen Transferpreis  $Z$ , welcher sich aufspaltet in den Transferpreis für die deterministische Komponente ( $Y^d$ )

und eine Risikoprämie für die stochastische Komponente ( $Y^p$ ). Bei Diversifikation liegt der Preis auf Portfolioebene ( $Y^d + Y^p = Z$ ) unter dem Preis auf Einzelgeschäftsebene ( $\sum X_i$  BP). Die Differenz resultiert aus der Diversifikation und stellt eine Prämie für die Refinanzierung unerwartet hoch korrelierter Inanspruchnahmen dar.

Gemäß Abbildung 1 werden bei der Steuerung zwei Ebenen unterschieden: die Zahlungsstrom- und die Gewinn- und Verlust-Ebene (GuV-Ebene). Die Zahlungsebene widmet sich der Modellierung der Zahlungsströme. Die GuV-Ebene dient der effizienten Allokation von Liquidität und Liquiditätsrisiko mittels interner Transferpreise. In diesem Artikel beschäftigen wir uns ausschließlich mit der Modellierung der Zahlungsströme.<sup>2)</sup>

Aus der Modellierung soll der Zusagenmanager Impulse für die Refinanzierung seines Zusagenportfolios ableiten können. Eine mögliche Refinanzierungsregel könnte wie folgt lauten:

1. Die erwartete Auslastung wird sofort refinanziert.
2. Die Differenz zwischen erwarteter Auslastung und einem Streuungsquantil wird mit einer Liquiditätsreserve abgesichert.
3. Der Restbetrag wird nicht refinanziert.

Basierend auf dieser Refinanzierungsregel ist die Zielsetzung der Modellierung, die erwartete und die Quantils-Auslastungen zu schätzen.

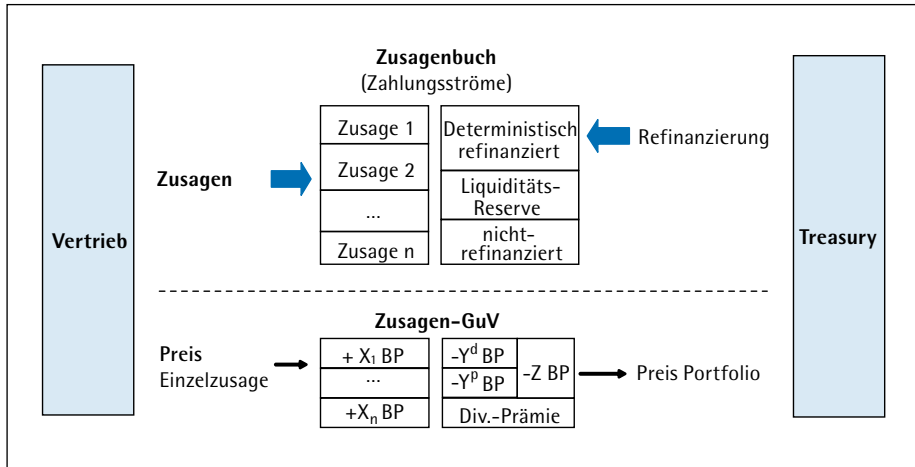
### Revolvierende und nicht-revolvierende Kreditzusagen getrennt modellieren

Kreditzusagen sind keine homogene Produktgruppe, sondern lassen sich in revol-

*Prof. Dr. Thomas Heidorn, Bankbetriebslehre, Christian Schmaltz, Doktorand, beide Frankfurt School of Finance & Management, Frankfurt am Main, und Wolfgang Kunze, Senior Manager Treasury Modelling, HSH Nordbank AG, Kiel*

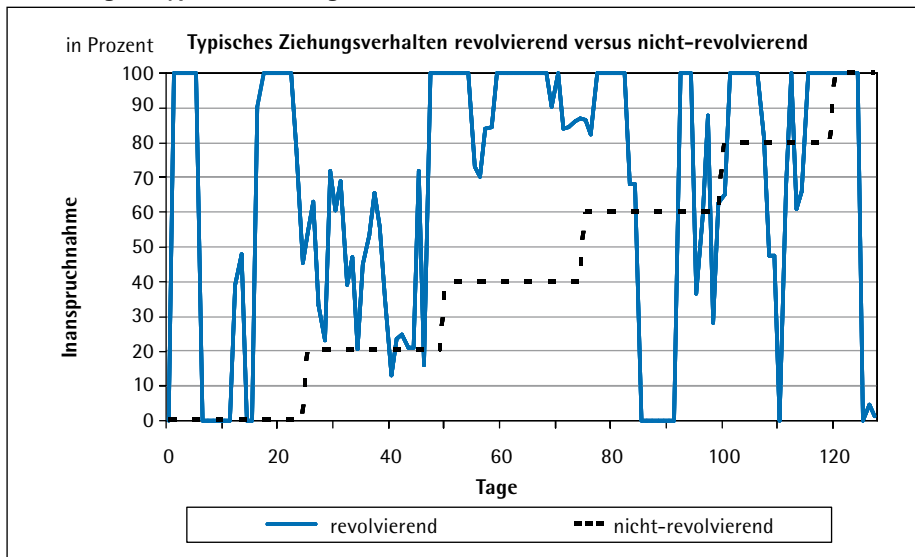
*Die immer noch anhaltende Liquiditätskrise hat deutlich gezeigt, wie wichtig ein funktionierendes und verlässlich arbeitendes Liquiditätsmanagement für Kreditinstitute ist. Gerade in Zeiten schwieriger Refinanzierungsbedingungen spielen frühzeitige Planung und Disposition eine entscheidende Rolle. Wie dies unter großer Unsicherheit, beispielsweise bei Kreditzusagen, die den Kunden eine große Freiheit lassen, erfolgen kann, zeigen die Autoren im Folgenden, wobei sie in den Modellen zwischen Term Facilities und sogenannten Revolvern unterscheiden. Ein Problem bei der Kalkulation von Kreditzusagen stellt dar, dass häufig keine vollständigen Ziehungshistorien vorliegen. Über linearisierte Ziehungsverläufe kann aber die mittlere Inanspruchnahme gebildet werden, die ergänzt um das Streuungsverhalten nach Meinung der Autoren eine valide Schätzung ermöglichen. (Red.)*

Abbildung 1: Abläufe im Zusagebuch



vierende und nicht-revolvierende Kreditzusagen unterscheiden. Letztere werden meist als „Term Facilities“ bezeichnet, während sich für die erste Gruppe die Bezeichnung „Revolver“ durchgesetzt hat. Bei Term Facilities können Beträge, welche gezogen und getilgt wurden, kein zweites Mal gezogen werden. Die Auslastung dieser Zusagen ist monoton in der Zeit. Am Anfang werden sie gezogen (monoton steigend), später wird die Inanspruchnahme sukzessiv zurückgeführt, ohne dass sie wiederaufleben kann (monoton fallend). Zur Beschreibung des Ziehungsverhaltens brauchen wir daher nur den Zusagebetrag zu analysieren, der noch nicht in Anspruch genommen wurde.

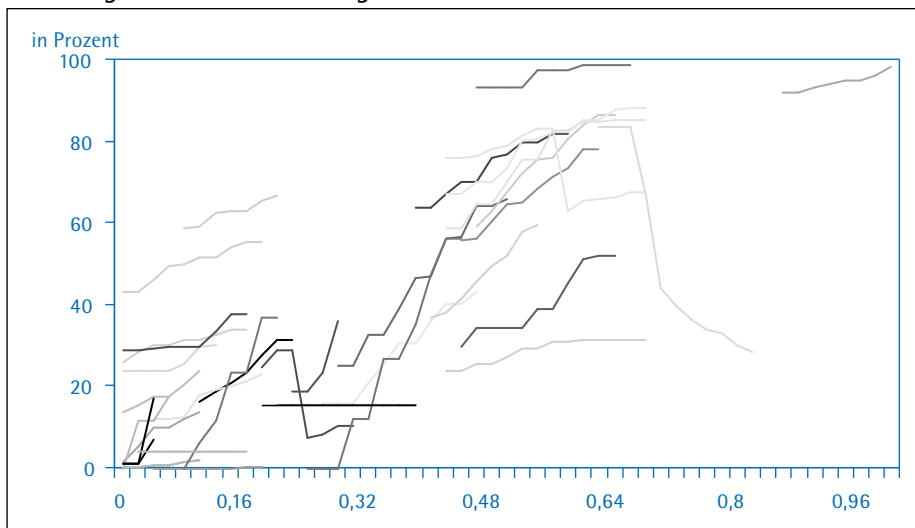
Abbildung 2: Typische Ziehungsmuster von Revolvern und Term Facilities



Bei Revolvern dagegen können getilgte Ziehungen erneut gezogen werden. So kann ein voll ausgezahlter Revolver nach einer Tilgung wieder eine Zusage darstellen. Daher muss bei der Modellierung des Ziehungsverhaltens der Revolver immer der volle Zusagebetrag berücksichtigt werden. Typische Ziehungsverläufe von Revolvern und Term Facilities sind in Abbildung 2 gegenübergestellt.

Term Facilities werden beispielsweise für Projekte vergeben und nach Projektfortschritt ausgezahlt. Revolver dienen im Allgemeinen der Zwischen-Finanzierung. Die unterschiedlichen Verwendungszwecke der Zusagentypen führen zu unterschiedlichen Ziehungsverhalten, weshalb beide Gruppen getrennt modelliert werden: die mittlere Inanspruchnahme bei den Term Facilities folgt in der Regel einem zeitabhängigen Trend, wogegen die mittlere Inanspruchnahme bei den Revolvern eher als konstant (Bodensatz) anzunehmen ist.

Abbildung 3: Historische Ziehungsverläufe „Term Facilities“



Um die Inanspruchnahmen der Fazilitäten untereinander vergleichen zu können, werden die relativen Inanspruchnahmen betrachtet. Diese resultieren aus dem Quotienten der aktuellen Inanspruchnahmen und dem Zusagen nominal. Die relativen Inanspruchnahmen liegen im Intervall [0 Prozent, 100 Prozent].

**Modellierung von Term Facilities**

Bei den Term Facilities wurde beobachtet, dass die Ziehungen relativ zur Laufzeit der Zusage stattfinden. Zur Analyse wurden daher die absoluten Laufzeiten auf das Intervall [0,1] normiert:

$$t_i^{rel} = \frac{t_i - t_0}{t_n - t_0}$$

$t_n$     Zusagefähigkeit  
 $t_0$     Zusagebeginn  
 $t_i$     Beobachtungszeitpunkt

Historische Ziehungsverläufe eines Praxisportfolios von Term Facilities mit normierten Inanspruchnahmen und Laufzeiten zeigt Abbildung 3. Ersichtlich ist, dass in der Praxis häufig nur von wenigen Zusagen vollständige Ziehungshistorien vorliegen. In Abbildung 3 wird deutlich, dass von vielen Zusagen nur Ausschnitte des Ziehungsverlaufes vorhanden sind. Zur Ermittlung einer mittleren Inanspruchnahme extrapolieren wir den Ziehungsverlauf linear in die Vergangenheit und in die Zukunft (siehe Abbildung 4). Die linearisierten Ziehungsverläufe wurden auf den Bereich [0%,100%] beschränkt. Die mittlere Inanspruchnahme ergibt sich aus dem Durchschnitt aller linearen Ziehungsverläufe. Abbildung 5 zeigt die Originalzusagenverläufe und die mittlere Inanspruchnahme (als hervorgehobene Kurve) dargestellt. Dabei wird deutlich, dass durch die Extrapolation der Inanspruchnahmen der Kurvenverlauf der mittleren Inanspruchnahme geglättet und Verzerrungen aufgrund fehlender Daten reduziert wurden. Es ist deutlich zu sehen, wie die historischen Ziehungen um die mittlere Inanspruchnahme streuen.

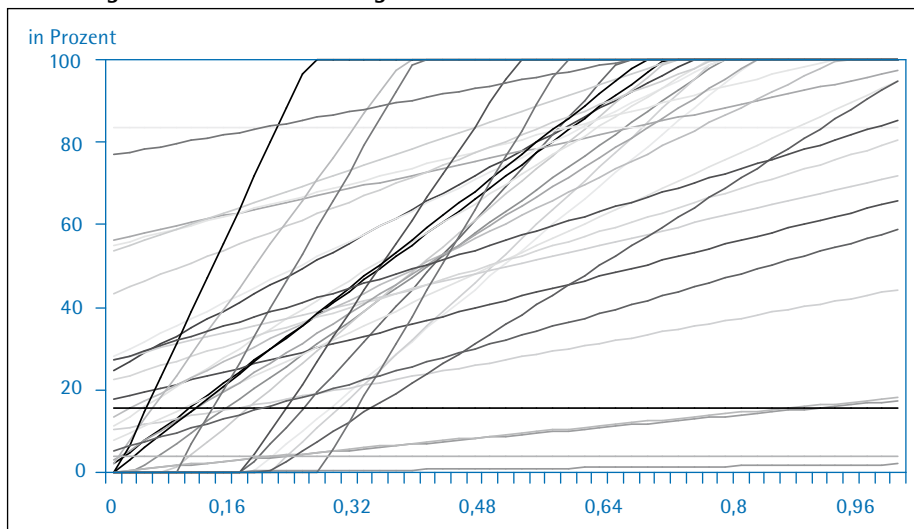
Im nächsten Schritt wird zu der mittleren Inanspruchnahme das Streuungsverhalten (Risiko) ermittelt. Hierzu werden Quantilskurven verwendet.

Eine Quantilskurve zum x-Prozent-Quantil besitzt die Eigenschaft, dass die Summe der absoluten Abstände zwischen der Quantilskurve und den darunter liegenden Beobachtungen x-Prozent von der Summe aller absoluten Abstände zwischen der Quantilskurve und allen Beobachtungen beträgt.

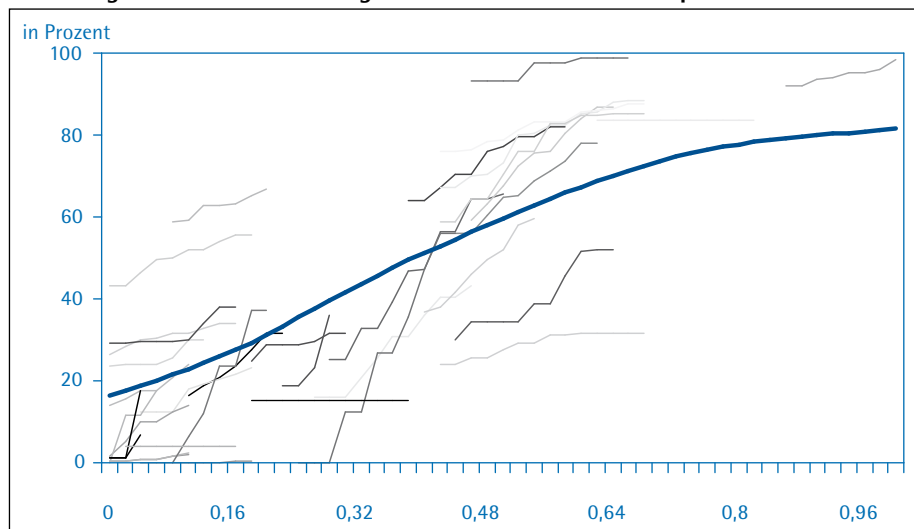
Gemäß dem von uns gewählten Ansatz definieren wir die Quantilskurve zum x-Prozent-Quantil über die mittlere Inanspruchnahme:

- $q_{x\%}(t) = \mu(t) + \Delta \cdot (T - t) + \gamma$
- $q_{x\%}(t)$  : X%-Quantil zum Zeitpunkt t
- $\mu(t)$  : mittlere Inanspruchnahme t
- $\Delta$  : durch T - t zeitlich gewichteter Aufschlag
- $\gamma$  : zeitunabhängiger Aufschlag

**Abbildung 4: Linearisierte Ziehungsverläufe „Term Facilities“**



**Abbildung 5: Historische Ziehungsverläufe und mittlere Inanspruchnahme**



**Abbildung 6: Mittlere Inanspruchnahme und 95-Prozent-Quantilskurve „Term Facilities“**

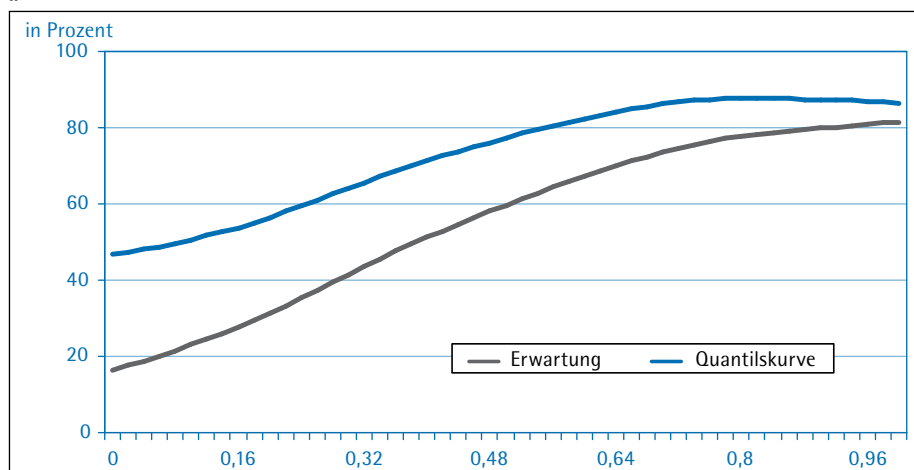
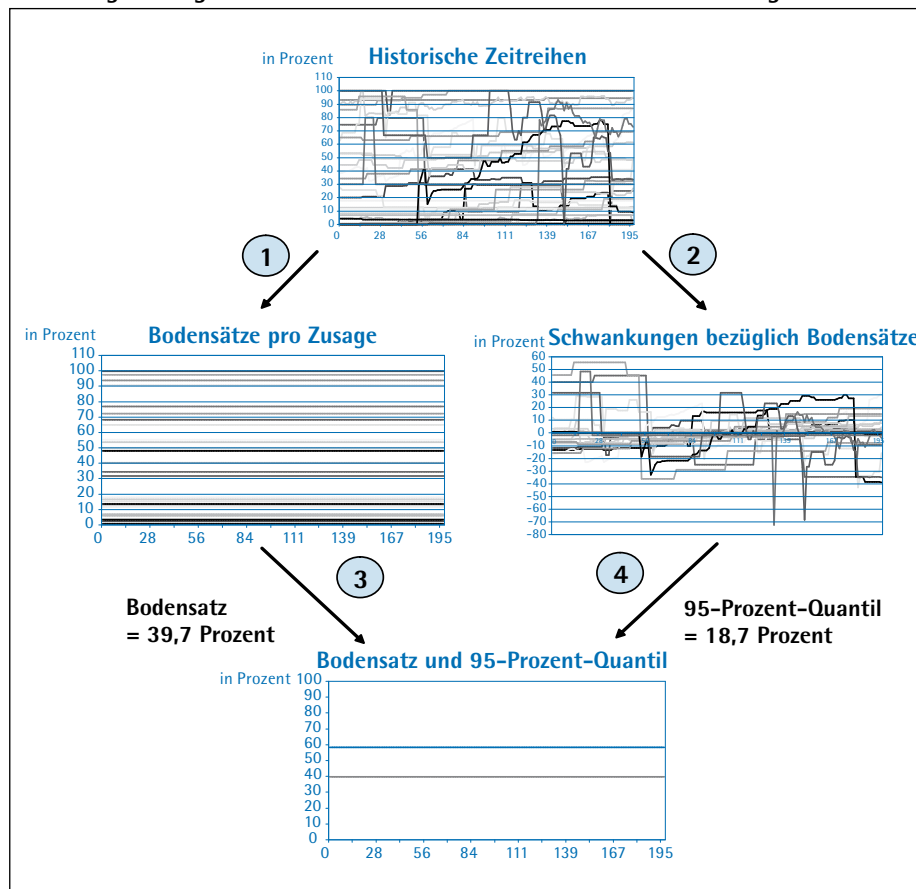


Abbildung 7: Vorgehensweise zur Bodensatz- und Quantilsbestimmung



gender Inanspruchnahmen aus. Vielmehr ist davon auszugehen, dass die Inanspruchnahmen um einen Bodensatz schwanken. Fraglich ist, ob dieser Bodensatz zeitlich konstant ist.

Zeitabhängige Bodensätze resultieren aus den Schwankungen systematischer Variablen. Eine Modellierung dieser Zeitabhängigkeit ist aber nur sinnvoll, wenn das Beobachtungsfenster mindestens eine volle Periode der exogenen Variablen abdeckt. Die Zeitreihen in der Praxis decken meist nur eine kürzere Phase ab. Bei vielen Vertragsarten lässt auch der ökonomische Zweck (zum Beispiel bei Betriebsmittelkrediten) eine im Durchschnitt konstante Auslastung vermuten. Wir modellieren daher im Folgenden einen zeitunabhängigen Bodensatz.

Abbildung 7 stellt den Modellierungsansatz schematisch dar: ausgehend von den historischen Zeitreihen werden in einem ersten Schritt die konstanten Bodensätze pro Zusage durch Mittelwertbildung über die Zeit berechnet. Im zweiten Schritt werden die individuellen Abweichungen als Differenz von Originalzeitreihen und individuellen Bodensätzen ermittelt. Im dritten Schritt werden die individuellen Bodensätze zum Portfoliobodensatz verdichtet (schwarze Linie). Der vierte Schritt ermittelt aus der Verteilung der Abweichungen das Quantil (blaue Linie). Wie bei den Term-Fazilitäten wird das 95-Prozent-Quantil verwendet.

Das so gewonnene Zusagemodell besagt, dass die mittlere Inanspruchnahme im Portfolio dem Bodensatz entspricht und 95 Prozent aller Ziehungen unterhalb der Quantilskurve liegen.

**Diversifikationseffekte sollten auch qualitativ überprüft werden**

Im Gegensatz zur mittleren Auslastung spielt es bei den Quantilen eine Rolle, ob diese sich auf Portfolio- oder auf Einzelsusagenebene beziehen. Die mittlere Portfolioauslastung ergibt sich immer als Summe der Einzelauslastungen. Das Portfolioquantil dagegen ergibt sich nur bei perfekter Korrelation aller Zusage als Summe der Einzelquantile. Quantile, welche sich aus den Schwankungen der Einzelsusagen herleiten, berücksichtigen keine Diversifikation, während Quantile, welche sich aus den Schwankungen der Portfolio-

Dabei ist  $\Delta$  zu einem vorgegebenen  $\gamma$  so zu wählen, dass sich das gewünschte Quantil ergibt.

Eine derartige Quantilskurve hat folgende wünschenswerte Eigenschaften:

- Die Kurve basiert auf der mittleren Inanspruchnahme (mit  $\Delta = 0$  ist es eine Parallelverschiebung zur mittleren Inanspruchnahme).
- Der Einfluss des freien Parameters  $\Delta$  sinkt mit der Restlaufzeit. Dieses Verhalten modelliert, dass die Zusagebeträge zum Zusageende hin zur mittleren Inanspruchnahme konvergieren. Das Ziehungsverhalten unterscheidet sich primär in der Anfangszeit der Zusage. Diesen Effekt zeigt Abbildung 5 deutlich, denn das Kurvenbündel ist bei Laufzeitbeginn stärker gefächert als bei Laufzeitende.
- Trotz Konvergenz liegt die Quantilskurve mindestens um  $\gamma$  oberhalb der mittleren Inanspruchnahme.  $\gamma$  wird als Sicherheitspuffer vorgegeben.

- Der Modellansatz besitzt nur einen zu schätzenden Parameter, welcher mit der Zielwertsuche von gängigen Tabellenkalkulationsprogrammen numerisch bestimmbar ist.

Im Folgenden sei beispielhaft das 95-Prozent-Quantil gewählt.

Das beschriebene Quantilsmodell liefert die in Abbildung 6 dargestellte Quantilskurve.

Auffällig ist, dass die Quantilskurve nicht wie die Kurve der mittleren Inanspruchnahme monoton steigend ist, sondern zum Zusageende hin fällt. Die Quantilskurve beschreibt die Streuung der einzelnen Inanspruchnahmen um die mittlere Inanspruchnahme. Da die Streuung zum Zusageende hin abnimmt, fällt auch die Quantilskurve.

**Modellierung von Revolvern**

Die revolvierende Eigenschaft von Revolvern schließt die Annahme monoton steigender

auslastung herleiten, Diversifikationseffekte berücksichtigen. Sowohl bei den Term Facilities als auch bei den Revolvern bestimmten sich die Quantile aus der Verteilung der Abweichungen einzelner Zusagen zur mittleren Inanspruchnahme. Deshalb berücksichtigen sie keine Diversifikationseffekte. Korrelationsanalysen legten aber nahe, dass die Zusagen auf dem betrachteten Zeitraum durchaus nur schwach korreliert waren (siehe Abbildung 8).

### Volumensensitivität der Modellparameter berücksichtigen

Der Übergang zu einem diversifizierten Quantil unterstellt, dass die Diversifikationseffekte stets gelten und dass das Beobachtungsfenster alle möglichen Szenarien abdeckt. Aufgrund der oft kurzen Datenhistorie ist die Beibehaltung des nicht-diversifizierten Quantils sinnvoll.

Bei heterogenen Portfolios könnte auf ein diversifiziertes Quantil übergegangen werden. Auch wenn die historischen Daten keine Anzeichen von Konzentrationseffekten/perfekter Korrelation erkennen lassen, sollte die Belastbarkeit der Diversifikationsannahme qualitativ geprüft werden. Dafür könnte das Portfolio beispielsweise gezielt auf Zusageninhaber aus der gleichen Branche beziehungsweise Region mit gegenseitigen Lieferabhängigkeiten untersucht werden. Diese Prüfung setzt ein gutes Verständnis für die Geschäftsmodelle der Kreditnehmer voraus, sodass algorithmische Filter kaum zum Einsatz kommen können. Stattdessen bietet sich eine experientenbasierte Prüfung an.

Bei den Analysen wurde ebenfalls festgestellt, dass die Parameter sensibel auf Volumenkonzentrationen reagieren. Konzentriert sich das Volumen auf wenige Zusagen, so dominieren korrelierte Schwankungen dieser Zusagen leicht das ganze Portfolio. Bei Vernachlässigung der Zusagenvolumina könnten fälschlicherweise nicht vorhandene Diversifikationseffekte gemessen werden.

Die vorgestellten Liquiditätsmodelle für Term Facilities und Revolver können mit Standardprogrammen kalibriert und implementiert werden. Bei Verzicht auf exogene Variablen benötigen die Modelle lediglich historische Zusagenzeitreihen als Eingabedaten. Mit diesen Minimalanforderungen kann ein erstes, ausbaufähiges Zusagenmodell implementiert werden.

### Die Modelle können sukzessiv erweitert werden

Selbstverständlich kann die Modellierung des Ziehungsverhaltens durch Berücksichtigung von exogenen und zusagenspezifischen Variablen verfeinert werden. Die Investition in eine Modellverfeinerung würde zu einer effizienteren und damit kostengünstigeren Refinanzierung führen. Exogene Variablen könnten systematische Schwankungen des Bodensatzes oder des Quantils entlang der Zeit modellieren. Zusagenspezifische Variablen könnten Schwankungen innerhalb der Zusagen zu einem Zeitpunkt erklären (cross-sectional). Jedoch lässt die Datenlage in der Praxis dies selten zu.

Wie bei jeder historischen Simulation, so „leiden“ auch diese Quantilsbestimmungen

unter dem „Beobachtungsbias“: „unsere“ Quantile können maximal so groß sein, wie die beobachteten Quantile. Hypothetische Quantile, wie sie beispielsweise die Extremwerttheorie beschreibt, lassen sich so nicht bestimmen.<sup>3)</sup> Als Alternative ist das konservative nicht-diversifizierte Quantil zu wählen, weil damit das Risiko aus nicht beobachteten Szenarien reduziert werden kann.

Bezüglich der Produkt-Diversifikation ist das Vorgehen ebenfalls konservativ, weil nur die Produktgruppe „Kreditzusagen“ isoliert betrachtet wurde. Banken haben unter anderem Einlagen, welche auch einen Optionscharakter haben. Die Berücksichtigung eines potenziellen produktübergreifenden Diversifikationseffektes zwischen den Kreditzusagen und den Einlagen (die Einlagen steigen just in den Momenten, in welchen Zusagen überproportional stark gezogen werden) kann die Analyse zusätzlich verbessern.<sup>4)</sup>

### Fußnoten

<sup>1)</sup> Die Verordnung über die Liquidität der Institute (Liquiditätsverordnung – LiqV) vom 14. Dezember 2006 wurde am 20. Dezember 2006 im Bundesgesetzblatt (Jahrgang 2006 Teil I Nr. 61, Seiten 3 117 ff.) veröffentlicht und trat am 1. Januar 2007 in Kraft.

<sup>2)</sup> Einen Monte Carlo-basierten Ansatz zur Modellierung stellen Duffy et al. (2005) vor. Arbeiten zum Pricing von Kreditlinien sind Loukoianova et al. (2007) und Leistschneider et al. (2007). Thakor und Udell (1987) untersuchen dagegen stärker das Kundenpricing von Kreditzusagen:

Duffy, Tom, et al. „Merrill Lynch Improves Liquidity Risk Management for Revolving Credit Lines“. Interfaces, Sep/Oct2005, Vol. 35 Issue 5, pp. 353–369.

Gatev, Evan, Philip E. Strahan, „Banks' Advantage in Hedging Liquidity Risk“, Journal of Finance, Volume 61 (2), 2006, pp. 867–892.

Loukoianova, Elena, Salih Neftci, Sunil Sharma, „Pricing and Hedging of Contingent Credit Lines“, Journal of Derivatives, 14 (3), Spring 2007, pp. 61–79.

Neu, Peter, Leistschneider, Armin, Wondrak, Bernhard und Knippschild, Martin, „Market Developments in Banks' Funding Markets“, In: Liquidity Risk Measurement and Management, Matz/ Neu [Edit.], 2007, John Wiley & Sons (Asia), Singapore, pp. 146–169

Thakor, Anjan, Gregory Udell, „An Economic Rationale for the Pricing Structure of Loan Commitments“, Journal of Banking and Finance 11, 1987, pp. 271–289.

<sup>3)</sup> Zeranski, Stefan, „Liquidity at Risk“ zur Steuerung des liquiditätsmäßig-finanziellen Bereichs von Kreditinstituten, Chemnitz: Verlag der Gesellschaft für Unternehmensrechnung und Controlling, 2005

<sup>4)</sup> Kashyap, Anil K., Raghuram Rajan, Jeremy C. Stein, „Banks as Liquidity Providers: An Explanation for the Coexistence of Lending and Deposit-Taking“, Journal of Finance, Vol. 57, No. 1., Feb. 2002, pp.33–73.

Der ausführliche Projektbericht kann als Arbeitsbericht Nr. 93 auf [http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/Publications/list\\_of\\_publication.html](http://www.frankfurt-school.de/content/de/research/Publications/list_of_publication.html) eingesehen werden.

Abbildung 8: Korrelationsprofil „Revolver“

